

Exercice 1

Pour tout entier naturel n non nul, on pose :
$$I_n = \int_0^1 \frac{dt}{(1+t^3)^n}.$$

1. Calculer I_1 .
2. À l'aide d'une intégration par parties sur I_1 , calculer I_2 .
3. De même, déterminer, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, I_{n+1} en fonction de I_n .

Exercice 2

Pour tout entier naturel n non nul, on pose : $F_n : x \in \mathbb{R} \mapsto \int_0^x \frac{dt}{(1+t^2)^n}$.

1. Déterminer F_1 .
2. Déterminer une relation de récurrence entre F_{n+1} et F_n .
3. En déduire F_2 et F_3 .
4. Déterminer les primitives de : $x \mapsto \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, sur $] -1, 1]$.

Exercice 3

1. Résoudre l'équation différentielle : $y'' + y' - 2y = 0$.
2. Déterminer une solution particulière pour les seconds membres suivants : $x(x-1)$ et xe^x .
3. En déduire la solution générale de l'équation : $y'' + y' - 2y = x(x-1) + xe^x$.

Exercice 4

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $y'' - y = 1 + x^2 + e^{3x} + \sin(2x)$
2. $y'' + 2y' + 2y = 2x + e^{-x} + \sin x$
3. $y'' + 4y' + 4y = x^2 + x + 1 + e^{-2x}$